数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第１問　（配点　20）

〔１〕 $A = \dfrac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$，　$B = \dfrac{1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ とする。

このとき

$$AB = \frac{1}{(1+\sqrt{6})^2 - \boxed{\text{ア}}} = \frac{\sqrt{6} - \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり，また

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}\sqrt{6}$$

である。以上により

$$A + B = \frac{\boxed{\text{カ}} - \sqrt{6}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔2〕 三角形に関する条件 p, q, r を次のように定める。

p：三つの内角がすべて異なる

q：直角三角形でない

r：45° の内角は一つもない

条件 p の否定を $\overline{p}$ で表し，同様に $\overline{q}$, $\overline{r}$ はそれぞれ条件 q, r の否定を表すものとする。

(1) 命題「$r \Longrightarrow$ (p または q)」の対偶は「 **ク** $\Longrightarrow \overline{r}$」である。

ク に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ (p かつ q)　　① ($\overline{p}$ かつ $\overline{q}$)

② ($\overline{p}$ または q)　　③ ($\overline{p}$ または $\overline{q}$)

(2) 次の⓪〜④のうち，命題「(p または q) $\Longrightarrow r$」に対する反例となっている三角形は **ケ** と **コ** である。

ケ と コ に当てはまるものを，⓪〜④のうちから一つずつ選べ。ただし， ケ と コ の解答の順序は問わない。

⓪ 直角二等辺三角形

① 内角が 30°, 45°, 105° の三角形

② 正三角形

③ 三辺の長さが 3, 4, 5 の三角形

④ 頂角が 45° の二等辺三角形

(3) r は (p または q) であるための **サ** 。

サ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 （配点　25）

座標平面上にある点Pは，点A$(-8,\ 8)$から出発して，直線$y=-x$上をx座標が1秒あたり2増加するように一定の速さで動く。また，同じ座標平面上にある点Qは，点PがAを出発すると同時に原点Oから出発して，直線$y=10x$上をx座標が1秒あたり1増加するように一定の速さで動く。出発してからt秒後の2点P，Qを考える。点PがOに到達するのは$t=\boxed{\text{ア}}$のときである。以下，$0<t<\boxed{\text{ア}}$で考える。

(1) 点Pとx座標が等しいx軸上の点をP$'$，点Qとx座標が等しいx軸上の点をQ$'$とおく。△OPP$'$と△OQQ$'$の面積の和Sをtで表せば

$$S=\boxed{\text{イ}}\,t^2-\boxed{\text{ウエ}}\,t+\boxed{\text{オカ}}$$

となる。これより$0<t<\boxed{\text{ア}}$においては，$t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$で$S$は最小値

$\dfrac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$をとる。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

次に，a を $0 < a < \boxed{\text{ア}} - 1$ を満たす定数とする。以下，

$a \leqq t \leqq a + 1$ における S の最小・最大について考える。

(i) S が $t = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で最小となるような a の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \leqq a \leqq \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(ii) S が $t = a$ で最大となるような a の値の範囲は $0 < a \leqq \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(2) 3点O，P，Qを通る2次関数のグラフが関数 $y = 2x^2$ のグラフを平行移動したものになるのは，$t = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときであり，x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ だけ平行移動すればよい。

第3問 (配点 30)

点Oを中心とする半径3の円Oと，点Oを通り，点Pを中心とする半径1の円Pを考える。円Pの点Oにおける接線と円Oとの交点をA，Bとする。また，円Oの周上に，点Bと異なる点Cを，弦ACが円Pに接するようにとる。弦ACと円Pの接点をDとする。このとき

$$\mathrm{AP} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}, \qquad \mathrm{OD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。さらに，$\cos\angle\mathrm{OAD} = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，$\mathrm{AC} = \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

△ABCの面積は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ であり，△ABCの内接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(1) 円Oの周上に，点Eを線分CEが円Oの直径となるようにとる。△ABCの内接円の中心をQとし，△CEAの内接円の中心をRとする。このとき，

$QR = \dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。したがって，内接円Qと内接円Rは $\boxed{\text{ニ}}$。

$\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 内接する　　① 異なる2点で交わる

② 外接する　　③ 共有点を持たない

(2) $AQ = \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ であるから，$PQ = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ヒフ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ となる。

したがって，$\boxed{\text{ホ}}$。

$\boxed{\text{ホ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 点Pは内接円Qの周上にある

① 点Qは円Pの周上にある

② 点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの内部にある

③ 点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの外部にある

第4問 (配点 25)

(1) 1から4までの数字を，重複を許して並べてできる4桁(けた)の自然数は，全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 個ある。

(2) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1から4までの数字を重複なく使ってできるものは $\boxed{\text{エオ}}$ 個ある。

(3) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1331のように，異なる二つの数字を2回ずつ使ってできるものの個数を，次の考え方に従って求めよう。

(i) 1から4までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(ii) (i)で選んだ数字のうち小さい方を，一・十・百・千の位のうち，どの2箇所に置くか決める。置く2箇所の決め方は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると，大きい方の数字を置く場所は残りの2箇所に決まる。

(iii) (i)と(ii)より，求める個数は $\boxed{\text{クケ}}$ 個である。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(4) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数を，それぞれ別々のカードに書く。できた $\boxed{\text{アイウ}}$ 枚のカードから1枚引き，それに書かれた数の四つの数字に応じて，得点を次のように定める。

• 四つとも同じ数字のとき	9点
• 2回現れる数字が二つあるとき	3点
• 3回現れる数字が一つと， 1回だけ現れる数字が一つあるとき	2点
• 2回現れる数字が一つと， 1回だけ現れる数字が二つあるとき	1点
• 数字の重複がないとき	0点

(i) 得点が9点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$，得点が3点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(ii) 得点が2点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$，得点が1点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(iii) 得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ 点である。