数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第１問　（配点　20）

〔１〕　$a = \dfrac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$，$b = \dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$ とおく。

(1)　$ab = \boxed{\text{ア}}$

$a + b = \boxed{\text{イ}}\left(\boxed{\text{ウエ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}\right)$

$a^2 + b^2 = \boxed{\text{カ}}\left(\boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}\right)$

である。

(2)　$ab = \boxed{\text{ア}}$ と $a^2 + b^2 + 4(a+b) = \boxed{\text{ケコ}}$ から，a は

$a^4 + \boxed{\text{サ}}\,a^3 - \boxed{\text{シス}}\,a^2 + \boxed{\text{セ}}\,a + \boxed{\text{ソ}} = 0$

を満たすことがわかる。

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔2〕 集合 U を $U=\{n \mid n$ は $5<\sqrt{n}<6$ を満たす自然数$\}$ で定め，また，U の部分集合 P，Q，R，S を次のように定める。

$P=\{n \mid n \in U$ かつ n は 4 の倍数$\}$

$Q=\{n \mid n \in U$ かつ n は 5 の倍数$\}$

$R=\{n \mid n \in U$ かつ n は 6 の倍数$\}$

$S=\{n \mid n \in U$ かつ n は 7 の倍数$\}$

全体集合を U とする。集合 P の補集合を $\overline{P}$ で表し，同様に Q，R，S の補集合をそれぞれ $\overline{Q}$，$\overline{R}$，$\overline{S}$ で表す。

(1) U の要素の個数は $\boxed{\text{タチ}}$ 個である。

(2) 次の⓪〜④で与えられた集合のうち，空集合であるものは $\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ である。

$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ $P \cap R$　① $P \cap S$　② $Q \cap R$　③ $P \cap \overline{Q}$　④ $R \cap \overline{Q}$

(3) 集合 X が集合 Y の部分集合であるとき，$X \subset Y$ と表す。このとき，次の⓪〜④のうち，部分集合の関係について成り立つものは $\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ である。

$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ $P \cup R \subset \overline{Q}$　① $S \cap \overline{Q} \subset P$　② $\overline{Q} \cap \overline{S} \subset \overline{P}$

③ $\overline{P} \cup \overline{Q} \subset \overline{S}$　④ $\overline{R} \cap \overline{S} \subset \overline{Q}$

第2問 (配点 25)

a を定数とし，x の2次関数

$$y = x^2 + 2ax + 3a^2 - 6a - 36 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする。G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a^2 - \boxed{\text{ウ}}\,a - \boxed{\text{エオ}}\right)$$

である。G と y 軸との交点の y 座標を p とする。

(1) $p = -27$ のとき，a の値は $a = \boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キク}}$ である。$a = \boxed{\text{カ}}$ のときの①のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ケ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{コ}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{キク}}$ のときの①のグラフに一致する。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 下の $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ノ}}$, $\boxed{\text{ハ}}$ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$

G が x 軸と共有点を持つような a の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{サシ}}\ \boxed{\text{ス}}\ a\ \boxed{\text{セ}}\ \boxed{\text{ソ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

である。a が ② の範囲にあるとき，p は，$a = \boxed{\text{タ}}$ で最小値 $\boxed{\text{チツテ}}$ をとり，$a = \boxed{\text{ト}}$ で最大値 $\boxed{\text{ナニ}}$ をとる。

G が x 軸と共有点を持ち，さらにそのすべての共有点の x 座標が -1 より大きくなるような a の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{ヌネ}}\ \boxed{\text{ノ}}\ a\ \boxed{\text{ハ}}\ \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

第3問 （配点　30）

△ABCは，AB $=4$，BC $=2$，$\cos\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{4}$ を満たすとする。このとき

$$\mathrm{CA}=\boxed{\text{ア}},\quad \cos\angle\mathrm{BAC}=\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\quad \sin\angle\mathrm{BAC}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

であり，△ABCの外接円Oの半径は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。∠ABCの二等分線と∠BACの二等分線の交点をD，直線BDと辺ACの交点をE，直線BDと円Oとの交点でBと異なる交点をFとする。

(1) このとき

$$\mathrm{AE}=\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}},\quad \mathrm{BE}=\frac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}},\quad \mathrm{BD}=\frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

となる。

(2) △EBCの面積は△EAFの面積の $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ 倍である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(3) 角度に注目すると，線分 FA，FC，FD の関係で正しいのは $\boxed{\text{ネ}}$ であることが分かる。

$\boxed{\text{ネ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ FA < FC = FD

① FA = FC < FD

② FC < FA = FD

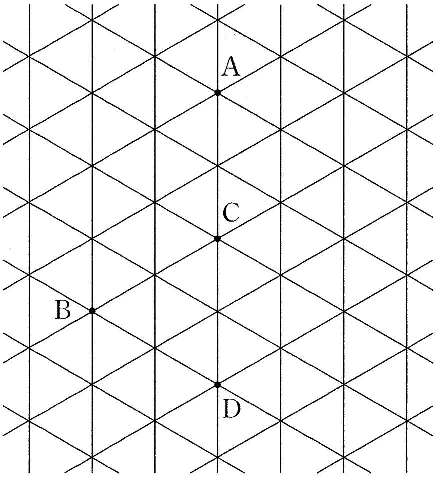
③ FD < FC < FA

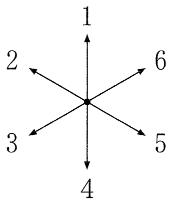
④ FA = FC = FD

⑤ FD < FC = FA

第4問 （配点　25）

下の図は，ある町の街路図の一部である。





ある人が，交差点Aから出発し，次の規則に従って，交差点から隣の交差点への移動を繰り返す。

① 街路上のみを移動する。

② 出発前にサイコロを投げ，出た目に応じて上図の1～6の矢印の方向の隣の交差点に移動する。

③ 交差点に達したら，再びサイコロを投げ，出た目に応じて図の1～6の矢印の方向の隣の交差点に移動する。（一度通った道を引き返すこともできる。）

④ 交差点に達するたびに，③と同じことを繰り返す。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(1) 交差点Aを出発し，4回移動して交差点Bにいる移動の仕方について考える。この場合，3の矢印の方向の移動と4の矢印の方向の移動をそれぞれ2回ずつ行うので，このような移動の仕方は $\boxed{\text{ア}}$ 通りある。

(2) 交差点Aを出発し，3回移動して交差点Cにいる移動の仕方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りある。

(3) 交差点Aを出発し，6回移動することを考える。このとき，交差点Aを出発し，3回の移動が終わった時点で交差点Cにいて，次に3回移動して交差点Dにいる移動の仕方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りあり，その確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキクケ}}}$ である。

(4) 交差点Aを出発し，6回移動して交差点Dにいる移動の仕方について考える。

- 1の矢印の向きの移動を含むものは $\boxed{\text{コ}}$ 通りある。
- 2の矢印の向きの移動を含むものは $\boxed{\text{サシ}}$ 通りある。
- 6の矢印の向きの移動を含むものも $\boxed{\text{サシ}}$ 通りある。
- 上記3つ以外の場合，4の矢印の向きの移動は $\boxed{\text{ス}}$ 回だけに決まるので，移動の仕方は $\boxed{\text{セソ}}$ 通りある。

よって，交差点Aを出発し，6回移動して交差点Dにいる移動の仕方は $\boxed{\text{タチツ}}$ 通りある。