

数 学 I

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 25)

〔1〕 k, a, b, c を実数とする。 x の 4 次式

$$x^4 + 5x^3 + 6x^2 + kx - 8$$

は

$$(x^2 + ax + 4)(x^2 + bx - c)$$

と因数分解されているとする。

(1) $c =$ である。

(2) $a < b$ ならば, $a =$, $b =$ であり, このとき
 $k =$ となる。

$a \geq b$ ならば, $a =$, $b =$ であり, このとき
 $k =$ となる。

(3) $(x^2 + ax + 4)(x^2 + bx - c) = 0$ を満たす正の実数 x は, $a < b$ のとき
は $+$ $\sqrt{\text{シ}}$ であり, $a \geq b$ のときは である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 条件 p_1, p_2, q_1, q_2 の否定をそれぞれ $\overline{p_1}, \overline{p_2}, \overline{q_1}, \overline{q_2}$ と書く。

(1) 次の セ に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

命題「 $(p_1 \text{ かつ } p_2) \implies (q_1 \text{ かつ } q_2)$ 」の対偶は セ である。

① $(\overline{p_1} \text{ または } \overline{p_2}) \implies (\overline{q_1} \text{ または } \overline{q_2})$

② $(\overline{q_1} \text{ または } \overline{q_2}) \implies (\overline{p_1} \text{ または } \overline{p_2})$

③ $(\overline{q_1} \text{ かつ } \overline{q_2}) \implies (\overline{p_1} \text{ かつ } \overline{p_2})$

④ $(\overline{p_1} \text{ かつ } \overline{p_2}) \implies (\overline{q_1} \text{ かつ } \overline{q_2})$

(2) 自然数 n に対する条件 p_1, p_2, q_1, q_2 を次のように定める。

$p_1: n$ は素数である

$p_2: n + 2$ は素数である

$q_1: n + 1$ は 5 の倍数である

$q_2: n + 1$ は 6 の倍数である

30 以下の自然数 n のなかで ソ と タチ は

命題「 $(p_1 \text{ かつ } p_2) \implies (\overline{q_1} \text{ かつ } \overline{q_2})$ 」

の反例となる。

数学 I

第 2 問 (配点 25)

2 次関数

$$y = -x^2 + 2x + 2 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフの頂点の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。また

$$y = f(x) \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

は x の 2 次関数で、そのグラフは、 $\textcircled{1}$ のグラフを x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したものであるとする。

(1) 下の $\boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{オ}}$ には、次の $\textcircled{0} \sim \textcircled{4}$ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$\textcircled{0} > \quad \textcircled{1} < \quad \textcircled{2} \geq \quad \textcircled{3} \leq \quad \textcircled{4} \neq$

$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$p \quad \boxed{\text{ウ}} \quad \boxed{\text{エ}}$

であり、最小値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$p \quad \boxed{\text{オ}} \quad \boxed{\text{カ}}$

である。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

- (2) ② のグラフが点 $(-2, 0)$ を通るとき

$$q = p^2 + \boxed{\text{キ}} p + \boxed{\text{ク}},$$

$$f(x) = -\left(x + \boxed{\text{ケ}}\right)\left(x - \boxed{\text{コ}}p - \boxed{\text{サ}}\right)$$

である。

- (3) 2 次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になるのは

$$p = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

のときである。

数学 I

第 3 問 (配点 30)

△ABC において、 $AB = 4$ 、 $BC = 7$ 、 $CA = \sqrt{23}$ とし、点 A から辺 BC へ下ろした垂線と BC の交点を D とする。このとき

$$\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad AD = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

点 C から直線 AB へ下ろした垂線と直線 AB の交点を E とすると、点 E は辺 AB の A の側の延長上にあり

$$BE = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad \cos \angle DAE = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

さらに直線 AD と直線 CE の交点を F とする。このとき

$$AF = \frac{\boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad BF = \frac{\boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タチツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

となり, $\triangle ABF$ の外接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。また

$$\frac{\triangle ABD \text{ の面積}}{\triangle AEF \text{ の面積}} = \frac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$$

である。

数学 I

第 4 問 (配点 20)

- 〔1〕 ある高校 3 年生 1 クラスの生徒 40 人について、ハンドボール投げの飛距離のデータを取った。次の図 1 は、このクラスで最初にとったデータのヒストグラムである。

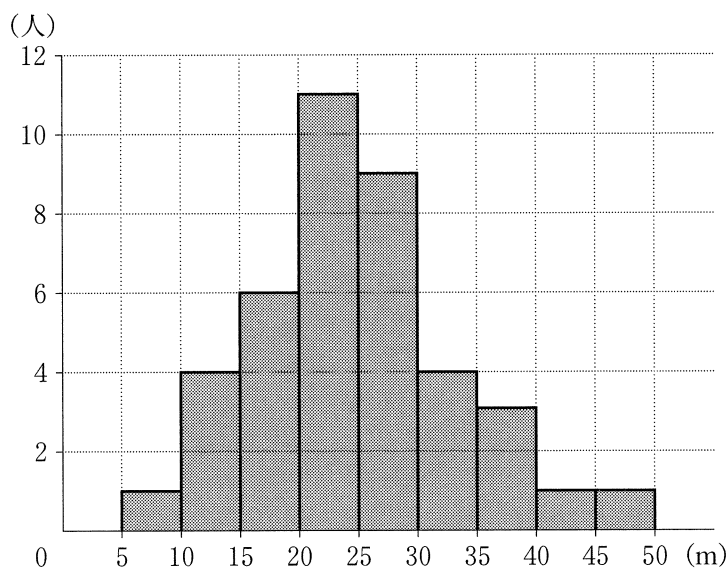


図 1 ハンドボール投げ

- (1) 次の ア に当てはまるものを、下の①~⑧のうちから一つ選べ。

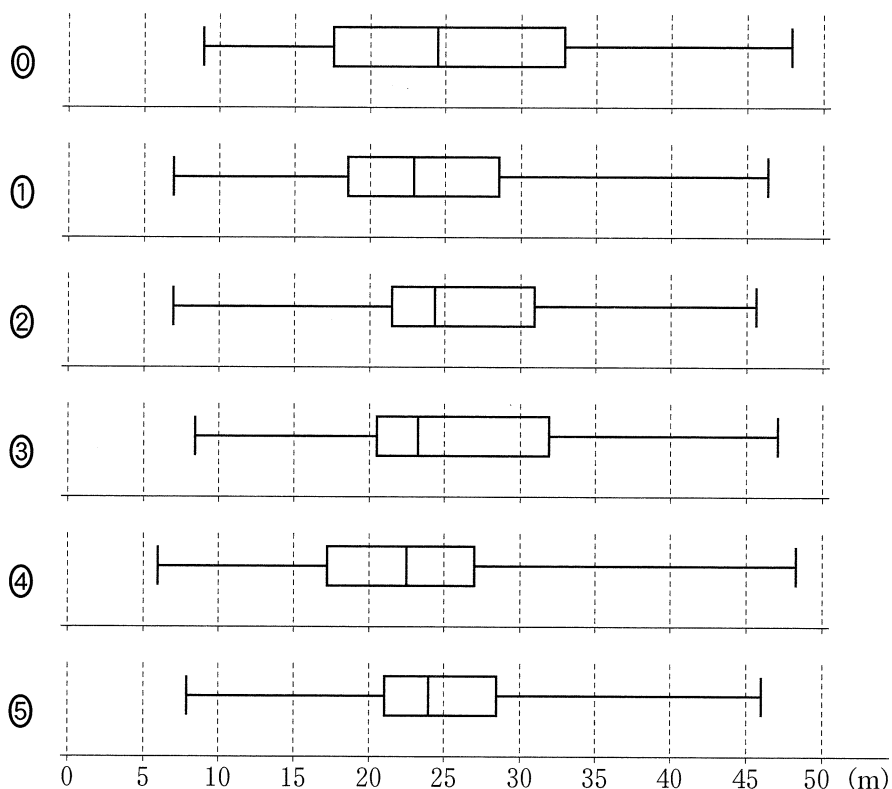
この 40 人のデータの第 3 四分位数が含まれる階級は、ア である。

- | | |
|-------------------|-------------------|
| ① 5 m 以上 10 m 未満 | ⑤ 10 m 以上 15 m 未満 |
| ② 15 m 以上 20 m 未満 | ⑥ 20 m 以上 25 m 未満 |
| ③ 25 m 以上 30 m 未満 | ⑦ 30 m 以上 35 m 未満 |
| ④ 35 m 以上 40 m 未満 | ⑧ 40 m 以上 45 m 未満 |
| ⑤ 45 m 以上 50 m 未満 | |

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

- (2) 次の イ ~ オ に当てはまるものを、下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、イ ~ オ の解答の順序は問わない。

このデータを箱ひげ図にまとめたとき、図 1 のヒストグラムと矛盾するものは、イ，ウ，エ，オ である。



(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I

- (3) 次の文章中の カ , キ に入れるものとして最も適当なものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、カ , キ の解答の順序は問わない。

後日、このクラスでハンドボール投げの記録を取り直した。次に示した A～D は、最初にとった記録から今回の記録への変化の分析結果を記述したものである。a～d の各々が今回取り直したデータの箱ひげ図となる場合に、①～③の組合せのうち分析結果と箱ひげ図が矛盾するものは、カ , キ である。

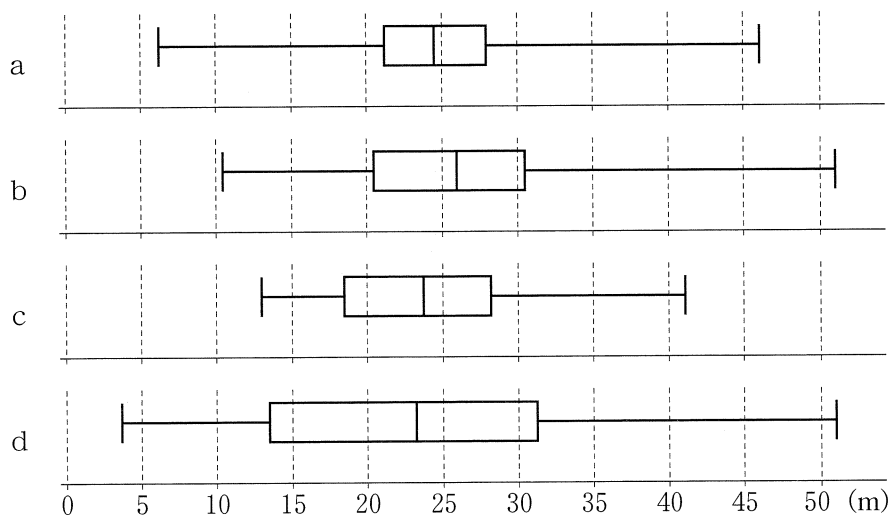
- ① A-a ② B-b ③ C-c ④ D-d

A：どの生徒の記録も下がった。

B：どの生徒の記録も伸びた。

C：最初にとったデータで上位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録が伸びた。

D：最初にとったデータで上位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録は伸び、下位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録は下がった。



(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I

- 〔2〕 ある高校 2 年生 40 人のクラスで一人 2 回ずつハンドボール投げの飛距離のデータを取ることにした。次の図 2 は、1 回目のデータを横軸に、2 回目のデータを縦軸にとった散布図である。なお、一人の生徒が欠席したため、39 人のデータとなっている。

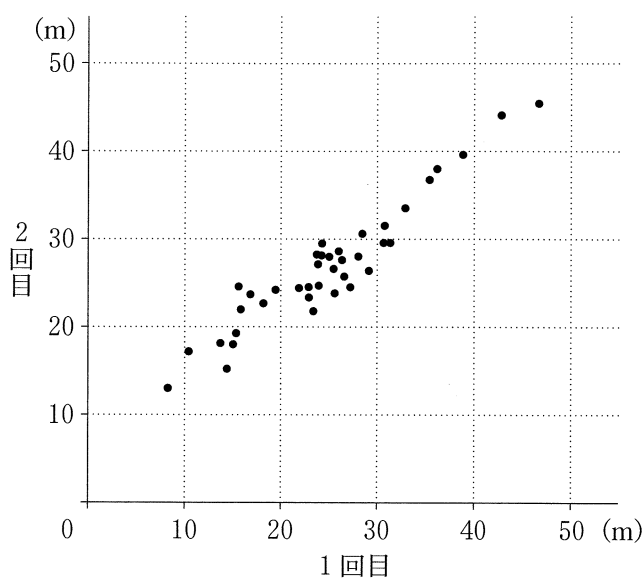


図 2

	平均値	中央値	分散	標準偏差
1 回目のデータ	24.70	24.30	67.40	8.21
2 回目のデータ	26.90	26.40	48.72	6.98

1 回目のデータと 2 回目のデータの共分散	54.30
------------------------	-------

(共分散とは 1 回目のデータの偏差と 2 回目のデータの偏差の積の平均である)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I

(1) 次の に当てはまるものを，下の⑩～⑨のうちから一つ選べ。

1 回目のデータと 2 回目のデータの相関係数に最も近い値は， である。

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| ⑩ 0.67 | ① 0.71 | ② 0.75 | ③ 0.79 | ④ 0.83 |
| ⑤ 0.87 | ⑥ 0.91 | ⑦ 0.95 | ⑧ 0.99 | ⑨ 1.03 |

(2) 次の に当てはまるものを，下の⑩～⑧のうちから一つ選べ。

欠席していた一人の生徒について，別の日に同じようにハンドボール投げの記録を 2 回取ったところ，1 回目の記録が 24.7 m，2 回目の記録は 26.9 m であった。この生徒の記録を含めて計算し直したときの新しい共分散を A ，もとの共分散を B ，新しい相関係数を C ，もとの相関係数を D とする。 A と B の大小関係および C と D の大小関係について， が成り立つ。

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| ⑩ $A > B, C > D$ | ① $A > B, C = D$ | ② $A > B, C < D$ |
| ③ $A = B, C > D$ | ④ $A = B, C = D$ | ⑤ $A = B, C < D$ |
| ⑥ $A < B, C > D$ | ⑦ $A < B, C = D$ | ⑧ $A < B, C < D$ |