「新教育課程履修者」は，選択できません。

旧数学Ⅱ・旧数学B

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

第1問 （必答問題）（配点 30）

〔1〕 O を 原 点 と す る 座 標 平 面 上 の 2 点 P$(2\cos\theta,\ 2\sin\theta)$，Q$(2\cos\theta+\cos 7\theta,\ 2\sin\theta+\sin 7\theta)$を 考 え る。た だ し，$\dfrac{\pi}{8} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ とする。

(1) OP ＝ $\boxed{\text{ア}}$，PQ ＝ $\boxed{\text{イ}}$ である。また

$$\mathrm{OQ}^2 = \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\,(\cos 7\theta\cos\theta + \sin 7\theta\sin\theta)$$
$$= \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\cos\left(\boxed{\text{オ}}\,\theta\right)$$

である。

よって，$\dfrac{\pi}{8} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ の範囲で，OQ は $\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ をとる。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。)

(2)　3点O，P，Qが一直線上にあるようなθの値を求めよう。

直線OPを表す方程式は $\boxed{\text{ク}}$ である。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　$(\cos\theta)x+(\sin\theta)y=0$　　①　$(\sin\theta)x+(\cos\theta)y=0$

②　$(\cos\theta)x-(\sin\theta)y=0$　　③　$(\sin\theta)x-(\cos\theta)y=0$

このことにより，$\dfrac{\pi}{8}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ の範囲で，3点O，P，Qが一直線上にあるのは $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ のときであることがわかる。

(3)　∠OQPが直角となるのは $\mathrm{OQ}=\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ のときである。したがって，$\dfrac{\pi}{8}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ の範囲で，∠OQPが直角となるのは $\theta=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\pi$ のときである。

（旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。）

〔2〕 a, b を正の実数とする。連立方程式

$$(*)\begin{cases} x\sqrt{y^3} = a \\ \sqrt[3]{x}\,y = b \end{cases}$$

を満たす正の実数 x, y について考えよう。

(1) 連立方程式(*)を満たす正の実数 x, y は

$$x = a^{\boxed{\text{ス}}}b^{\boxed{\text{セソ}}}, \quad y = a^p b^{\boxed{\text{タ}}}$$

となる。ただし

$$p = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。)

(2)　$b = 2\sqrt[3]{a^4}$ とする。a が $a > 0$ の範囲を動くとき，連立方程式($*$)を満たす正の実数 x，y について，$x + y$ の最小値を求めよう。

$b = 2\sqrt[3]{a^4}$ であるから，($*$)を満たす正の実数 x，y は，a を用いて

$$x = 2^{\boxed{\text{セソ}}} a^{\boxed{\text{トナ}}}, \quad y = 2^{\boxed{\text{タ}}} a^{\boxed{\text{ニ}}}$$

と表される。したがって，相加平均と相乗平均の関係を利用すると，$x + y$ は $a = 2^q$ のとき最小値 $\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとることがわかる。ただし

$$q = \frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

第2問 （必答問題）（配点　30）

(1)　関数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を求めよう。h が 0 でないとき，x が a から $a+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率は

$\boxed{\text{ア}}+\dfrac{h}{\boxed{\text{イ}}}$ である。したがって，求める微分係数は

$$f'(a)=\lim_{h\to\boxed{\text{ウ}}}\left(\boxed{\text{ア}}+\frac{h}{\boxed{\text{イ}}}\right)=\boxed{\text{エ}}$$

である。

(2)　放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ を C とし，C 上に点 $\mathrm{P}\left(a,\ \dfrac{1}{2}a^2\right)$ をとる。ただし，$a>0$ とする。点Pにおける C の接線 ℓ の方程式は

$$y=\boxed{\text{オ}}\,x-\frac{1}{\boxed{\text{カ}}}a^2$$

である。直線 ℓ と x 軸との交点Qの座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ 0\right)$ である。点Qを通り ℓ に垂直な直線を m とすると，m の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}x+\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B第2問は次ページに続く。）

直線 m と y 軸との交点を A とする。三角形 APQ の面積を S とおくと

$$S = \frac{a\left(a^2 + \boxed{\text{セ}}\right)}{\boxed{\text{ソ}}}$$

となる。また，y 軸と線分 AP および曲線 C によって囲まれた図形の面積を T とおくと

$$T = \frac{a\left(a^2 + \boxed{\text{タ}}\right)}{\boxed{\text{チツ}}}$$

となる。

$a > 0$ の範囲における $S - T$ の値について調べよう。

$$S - T = \frac{a\left(a^2 - \boxed{\text{テ}}\right)}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。$a > 0$ であるから，$S - T > 0$ となるような a のとり得る値の範囲は $a > \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である。また，$a > 0$ のときの $S - T$ の増減を調べると，$S - T$ は $a = \boxed{\text{ヌ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ をとることがわかる。

第3問 （選択問題）（配点　20）

自然数 n に対し，2^n の一の位の数を a_n とする。また，数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1 = 1,\quad b_{n+1} = \frac{a_n b_n}{4} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たすとする。

(1)　$a_1 = 2$，$a_2 = \boxed{\text{ア}}$，$a_3 = \boxed{\text{イ}}$，$a_4 = \boxed{\text{ウ}}$，$a_5 = \boxed{\text{エ}}$ である。このことから，すべての自然数 n に対して，$a_{\boxed{\text{オ}}} = a_n$ となることがわかる。$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪　$5n$　　①　$4n+1$　　②　$n+3$　　③　$n+4$　　④　$n+5$

(2)　数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよう。① を繰り返し用いることにより

$$b_{n+4} = \frac{a_{n+3}\,a_{n+2}\,a_{n+1}\,a_n}{2^{\boxed{\text{カ}}}}\,b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つことがわかる。ここで，$a_{n+3}\,a_{n+2}\,a_{n+1}\,a_n = 3 \cdot 2^{\boxed{\text{キ}}}$ であることから，$b_{n+4} = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\,b_n$ が成り立つ。このことから，自然数 k に対して

$$b_{4k-3} = \left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{k-1},\quad b_{4k-2} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{k-1}$$

$$b_{4k-1} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{k-1},\quad b_{4k} = \left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{k-1}$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B第3問は次ページに続く。）

(3)　$S_n = \sum_{j=1}^{n} b_j$ とおく。自然数 m に対して

$$S_{4m} = \boxed{\text{タ}}\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^m - \boxed{\text{チ}}$$

である。

(4)　積 $b_1 b_2 \cdots b_n$ を T_n とおく。自然数 k に対して

$$b_{4k-3}\, b_{4k-2}\, b_{4k-1}\, b_{4k} = \frac{1}{\boxed{\text{ツ}}}\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{\boxed{\text{テ}}(k-1)}$$

であることから，自然数 m に対して

$$T_{4m} = \frac{1}{\boxed{\text{ツ}}^{\,m}}\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{\boxed{\text{ト}}m^2 - \boxed{\text{ナ}}m}$$

である。また，T_{10} を計算すると，$T_{10} = \dfrac{3^{\boxed{\text{ニ}}}}{2^{\boxed{\text{ヌネ}}}}$ である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

1辺の長さが1のひし形OABCにおいて，$\angle\mathrm{AOC} = 120^\circ$ とする。辺ABを2：1に内分する点をPとし，直線BC上に点Qを $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ となるようにとる。以下，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とおく。

(1)　三角形OPQの面積を求めよう。$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{a} + \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{b}$ である。実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = (1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}} + t\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と表されるので，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \boxed{\text{エ}}\,t\vec{a} + \vec{b}$ である。ここで，$\vec{a}\cdot\vec{b} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \boxed{\text{キ}}$ であることから，

$t = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

これらのことから，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}| = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$，$|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}| = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

よって，三角形OPQの面積 S_1 は，$S_1 = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B第4問は次ページに続く。）

(2) 辺 BC を 1 : 3 に内分する点を R とし，直線 OR と直線 PQ との交点を T とする。$\overrightarrow{OT}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表し，三角形 OPQ と三角形 PRT の面積比を求めよう。

T は直線 OR 上の点であり，直線 PQ 上の点でもあるので，実数 r，s を用いて

$$\overrightarrow{OT} = r\,\overrightarrow{OR} = (1-s)\overrightarrow{OP} + s\,\overrightarrow{OQ}$$

と表すと，$r = \dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$，$s = \dfrac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}$ となることがわかる。よって，

$$\overrightarrow{OT} = \frac{\boxed{ヌネ}}{\boxed{ノハ}}\vec{a} + \frac{\boxed{ヒ}}{\boxed{フ}}\vec{b}$$ である。

上で求めた r，s の値から，三角形 OPQ の面積 S_1 と，三角形 PRT の面積 S_2 との比は，$S_1 : S_2 = \boxed{ヘホ} : 2$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

次の表は，あるクラスの生徒20人に対して行われた英語と数学のテスト（各50点満点）の得点をまとめたものである。英語の得点を変量x，数学の得点を変量yで表し，xの平均値を$\overline{x}$，yの平均値を$\overline{y}$で表す。ただし，テストの得点は整数値である。また，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

番号	x	y	$(x-\overline{x})^2$	$y-\overline{y}$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
1	42	18	81.0	1.0	1.0	9.0
2	49	16	256.0	-1.0	1.0	-16.0
3	44	23	121.0	6.0	36.0	66.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	39	18	36.0	1.0	1.0	6.0
19	30	10	9.0	-7.0	49.0	21.0
20	32	20	1.0	3.0	9.0	-3.0
合計	660	A	2000.0	B	500.0	353.0

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁（けた）数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

（旧数学Ⅱ・旧数学B第5問は次ページに続く。）

(1) 変量 x の平均値 $\bar{x}$ は $\boxed{アイ}$. $\boxed{ウ}$ 点である。

(2) 変量 y の平均値 $\bar{y}$ は $\boxed{エオ}$. $\boxed{カ}$ 点である。したがって，変量 y の合計Aの値は $\boxed{キクケ}$ である。また，合計Bの値は $\boxed{コ}$. $\boxed{サ}$ である。

(3) 変量 x と変量 y の相関係数の値は $\boxed{シ}$. $\boxed{スセソ}$ である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B第5問は次ページに続く。）

(4) さらに，変量xと変量yの値をそれぞれ10ずつの区間に区切って，次の表を作成した。たとえば，変量xの値が30以上40未満で変量yの値が20以上30未満である度数は4である。

x \ y	0 以上 10 未満	10 以上 20 未満	20 以上 30 未満	30 以上 40 未満	40 以上 50 以下
0 以上 10 未満	0	0	0	0	0
10 以上 20 未満	1	1	1	0	0
20 以上 30 未満	0	C	1	0	0
30 以上 40 未満	0	D	4	0	0
40 以上 50 以下	1	3	2	0	0

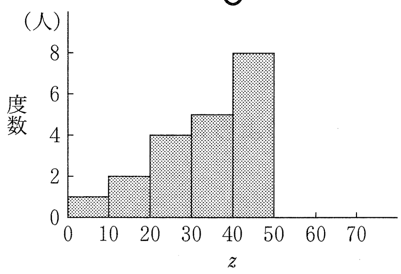
ここで，変量xの値が20以上で変量yの値が10以上である度数は16であり，変量xの値が30未満で変量yの値が30未満である度数は8である。このことから，表中のCの値は $\boxed{\text{タ}}$ であり，Dの値は $\boxed{\text{チ}}$ である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B第5問は次ページに続く。）

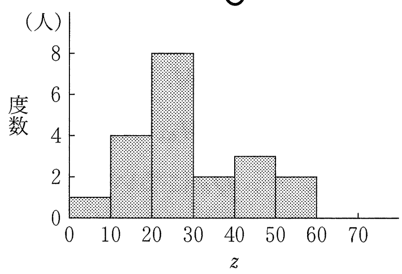
(5) 新しい変量 w を $w = x + 50$ により定める。このとき，変量 w の平均値は $\boxed{\text{ツテ}}$. $\boxed{\text{ト}}$ である。

次に，新しい変量 z を $z = 2y$ により定める。このとき，変量 z の分散の値は $\boxed{\text{ナニヌ}}$. $\boxed{\text{ネノ}}$ である。また，変量 z のヒストグラムとして，最も適切なものは $\boxed{\text{ハ}}$ である。$\boxed{\text{ハ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

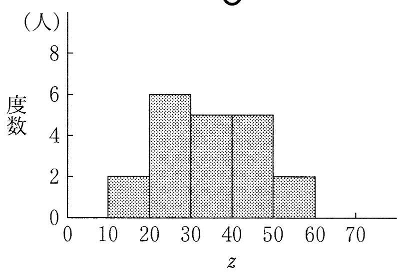
⓪



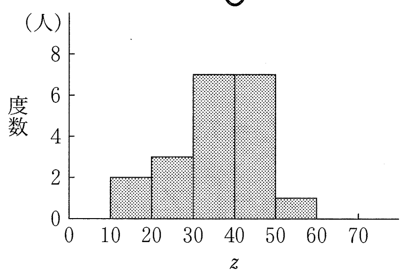
①



②



③



ここで，変量 x と変量 y の相関係数の値を r_1，変量 w と変量 z の相関係数の値を r_2 とすると，$\boxed{\text{ヒ}}$ の関係がある。$\boxed{\text{ヒ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $r_2 = \dfrac{r_1}{4}$　① $r_2 = \dfrac{r_1}{2}$　② $r_2 = r_1$　③ $r_2 = 2r_1$　④ $r_2 = 4r_1$

第6問 （選択問題）（配点 20）

(1) 自然数 M, N は $M > N$ であり，最大公約数が1であるとする。このとき，分数 $\dfrac{M}{N}$ に対して，次の(i)～(iii)の手順を考える。

(i) M を N で割ったときの商を Q，余りを R とする。

(ii) $R > 0$ ならば M に N の値を代入し，次に N に R の値を代入して(i)に戻る。

(iii) $R = 0$ ならば終了する。

この手順は，繰り返しのたびに R が小さくなり，何回かの後に必ず $R = 0$ となって終了する。そこで，$R = 0$ となるまでに(i)が実行された回数を K として，(i)に現れる $(M,\ N,\ Q,\ R)$ を実行順に，$(M_1,\ N_1,\ Q_1,\ R_1)$，$(M_2,\ N_2,\ Q_2,\ R_2)$，…，$(M_K,\ N_K,\ Q_K,\ R_K)$ と表す。このようにして得られる商の列 Q_1，Q_2，…，Q_K について考えてみよう。

たとえば，分数 $\dfrac{10}{7}$ の場合には(i)～(iii)の手順により，商の列1，2，3が得られる。

$M_1 = 10$,　$N_1 = 7$,　$Q_1 = 1$,　$R_1 = \boxed{\text{ア}}$

$M_2 = 7$,　$N_2 = \boxed{\text{ア}}$,　$Q_2 = 2$,　$R_2 = 1$

$M_3 = \boxed{\text{ア}}$,　$N_3 = 1$,　$Q_3 = 3$,　$R_3 = \boxed{\text{イ}}$

また，商の列1，2，3を用いて，$\dfrac{10}{7}$ は次のように表すことができる。

$$\frac{10}{7} = \frac{M_1}{N_1} = Q_1 + \frac{N_2}{M_2} = Q_1 + \cfrac{1}{Q_2 + \cfrac{N_3}{M_3}} = Q_1 + \cfrac{1}{Q_2 + \cfrac{1}{Q_3}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3}}$$

（旧数学Ⅱ・旧数学B第6問は次ページに続く。）

この手順にしたがって，自然数 M, N を入力して，分数 $\dfrac{M}{N}$ に対応する商の列 Q_1, Q_2, $\cdots$, Q_K を求めるための〔プログラム 1〕を作成した。ただし，INT(X) は X を超えない最大の整数を表す関数である。

〔プログラム 1〕

```
100 INPUT M
110 INPUT N
120 LET Q=INT(M/N)
130 PRINT Q
140 LET R= [ ウ ]
150 LET M=N
160 LET N= [ エ ]
170 IF R>0 THEN GOTO 120
180 END
```

〔プログラム 1〕の $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ 0	① 1	② Q	③ R
④ M-Q*N	⑤ M-R*N	⑥ N-Q*M	⑦ N-R*M

〔プログラム 1〕を実行して変数 M に 47，変数 N に 10 を入力し，分数 $\dfrac{47}{10}$ に対応する商の列を求めた。130 行で出力される変数 Q の値は順に 4，1，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ であり，150 行が 3 回実行された直後の変数 M の値は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第 6 問は次ページに続く。)

(2) K 個の商の列 Q_K, Q_{K-1}, …, Q_1 を順に入力し，最後に入力の終了を表す 0 を入力して，対応する分数を求めるための〔プログラム 2〕を作成した。

たとえば，〔プログラム 2〕を実行して，変数 Q に $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{オ}}$, 1, 4, 0 と順に入力すれば，180 行で分数 47 / 10 が出力される。

〔プログラム 2〕

```
100 LET M=1
110 LET N=0
120 INPUT Q
130 IF Q=0 THEN GOTO 180
140 LET R= [ ク ]
150 LET N=M
160 LET M= [ ケ ]
170 GOTO 120
180 PRINT M;"/";N
190 END
```

(旧数学Ⅱ・旧数学B第 6 問は次ページに続く。)

〔プログラム 2〕の $\boxed{\text{ク}}$ ，$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ 0	① 1	② M	③ N
④ Q	⑤ R	⑥ Q*N+R	⑦ R*N+Q

〔プログラム 2〕を実行して，変数 Q に 2，3，1，5，0 と順に入力すれば，180 行で出力される分数は $\boxed{\text{コサ}}$ / $\boxed{\text{シ}}$ である。このとき，150 行が 3 回実行された直後の変数 N の値は $\boxed{\text{ス}}$ である。